

3.3 – Método da deformação homogênea

Um exemplo onde a deformação homogênea atua sem que ocorra a presença de deformação por atrito e deformação redundante é a deformação sofrida por um corpo de prova (CP) de tração (vide figuras I.1, I.9 e I.15) até antes da estricção. Neste caso, o material encontra-se livre para deformar-se e a absorção de energia pode ser calculada de maneira representativa considerando-se as dimensões iniciais e finais do CP. Como já sugerido pela tabela 3.2 e figura 3.6, este é o modo de deformação que necessita de menor quantidade de energia para ocorrer.

O método da deformação homogênea parte do princípio de que as deformações ocorridas no processo de conformação mecânica são todas homogêneas (fig. 3.6.a), ou seja, que não existam deformações por atrito (fig. 3.6.b) ou redundantes (fig. 3.6.c) presentes. Conhecendo-se a deformação associada ao processo de conformação plástica, pode-se calcular facilmente a energia consumida, por unidade de volume (U_0), simplesmente pela determinação área sobre a curva tensão versus deformação, ou seja, pela integração da tensão pela deformação infinitesimal, conforme ilustrado na figura 3.8.

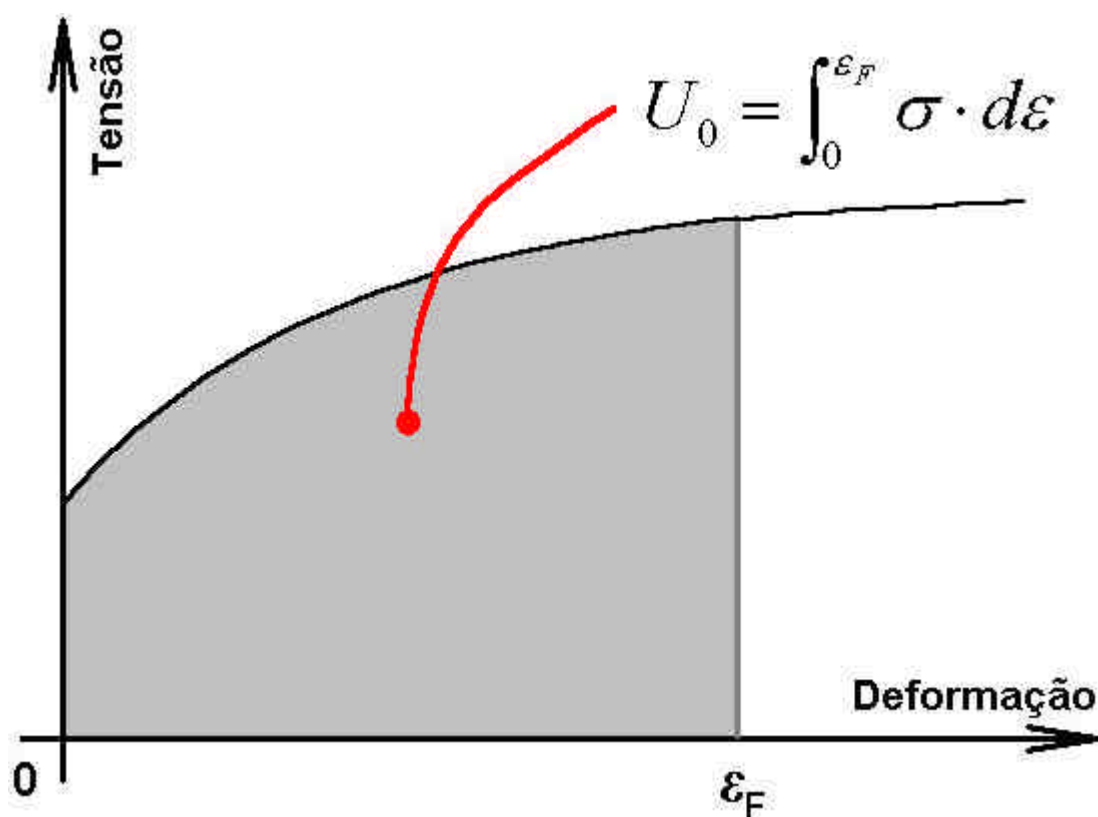
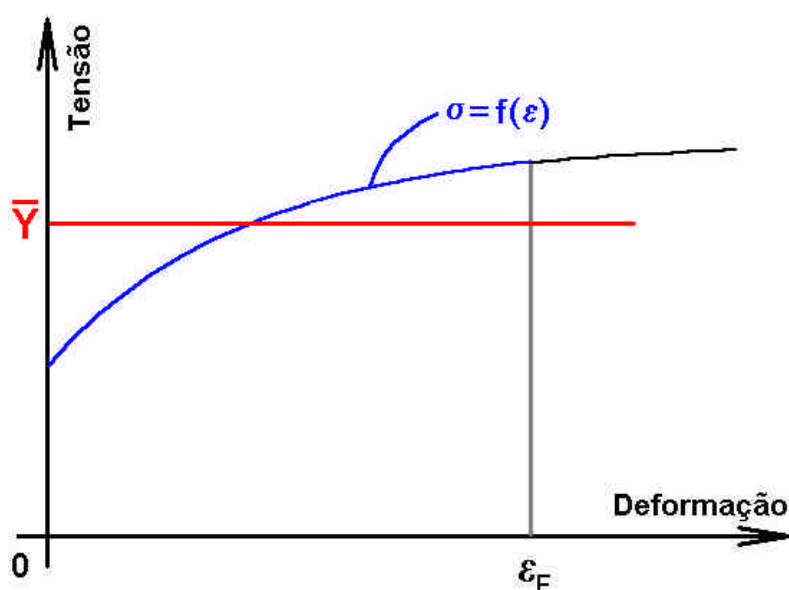


Figura 3.8 – Esquema ilustrando como é realizado o cálculo básico do método da deformação homogênea.

Pode-se notar, como sugerido pela figura 3.8, que as deformações elásticas são consideradas suficientemente pequenas para serem desprezadas no cálculo da energia de conformação. Esta prática é razoável para a maioria dos processos, onde as deformações elásticas são comparativamente menores do as deformações plásticas.



Nos processos de conformação a quente, o próprio encruamento (aumento da tensão de escoamento) pode ser desprezado também. Nesta situação a variação da tensão de escoamento é praticamente nula, como pode ser visto nos gráficos da figura 2.12 e 1.13. Por outro lado, nos casos de deformação a frio, pode-se considerar que o material apresente uma tensão de escoamento média ao longo do processo de conformação mecânica. A tensão de escoamento média pode ser estimada ou calculada, conforme ilustra a figura 3.9. Esta tensão provocará o mesmo consumo de energia que a tensão de escoamento variável (em função da deformação) no intervalo de deformações estudado (de 0 a ϵ_F).



$$\bar{Y} \cdot e_F = \int_0^{e_F} s \cdot de$$

$$\bar{Y} = \frac{\int_0^{e_F} s \cdot de}{e_F}$$

se

$$s = k \cdot e^n$$

então

$$\bar{Y} = \frac{k \cdot (e_F)^n}{n+1}$$

Figura 3.9 – Método de cálculo da tensão de escoamento média.

A força necessária para produzir a conformação pode ser obtida considerando-se que o trabalho realizado pela mesma é igual à energia gasta para a deformação homogênea do material. O trabalho da força externa pode ser calculado simplesmente multiplicando-se a força pela distância em que a mesma está sendo aplicada ($E = F \times d$) e a energia de deformação homogênea do material, por unidade de volume, é calculada pela equação da figura 3.8 ou, se for considerada a tensão de escoamento média (fig. 3.9), conforme a equação 3.1:

$$U_0 = \int_0^{e_F} s \cdot de = \bar{Y} \int_0^{e_F} de = \bar{Y} \cdot e_F = \bar{Y} \cdot \ln \frac{l_f}{l_0} = \bar{Y} \cdot \ln \frac{A_0}{A_f} \quad (3.1)$$

O método da deformação homogênea apresenta limitações na estimativa da força real para conformar o material, pois o método negligencia as demais deformações que ocorrem no sistema (vide fig. 3.6 e 3.7). Uma forma de contornar este problema é pela estimativa da eficiência do processo (η), definido como:

$$h = \frac{S_{\text{CALCULADA}}}{S_{\text{REAL}}} \quad (3.2)$$

Este valor de eficiência é um parâmetro praticamente empírico de determinação muitas vezes experimental e que varia de acordo com o processo de conformação mecânica. Alguns autores citam valores de eficiência mostrados na tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Valores de eficiência de processos de conformação mecânica.

Processo	Redução	Eficiência (h)	Fonte
Trefilação de barras, arames e fios	14%	45 a 55%	Button, 2002
	40%	65 a 75%	
Trefilação de tubos	14%	50%	
	40%	65 a 75%	
Extrusão	típica	30 a 60%	Dieter, 1988
Laminação	típica	75 a 95%	
Prática de extrusão	625%	63%	Trabalho conf. Plástica 2003/1

Com isto, nota-se que o processo de laminação apresenta maior eficiência e o processo de extrusão a menor. Isto se explica pelo total de redução (deformação) alcançado nos dois processos: quanto maior a deformação obtida menor a eficiência de uso da força de conformação no processo. Esta é uma das razões principais para que os processos de conformação mecânica sejam realizados em etapas.

O método da deformação homogênea não considera as demais deformações presentes no processo, por isso a energia necessária para a deformação do material é subestimada. O cálculo da força de conformação a partir desta energia subestimada leva a uma subestimação desta força também. Sendo assim, o método pode ser utilizado para se determinar a energia ou força mínima necessária para o processo em estudo, informação que pode ser de extrema importância no dimensionamento de equipamentos, assim como para fornecer uma estimativa inicial dos parâmetros de processamento.

Por outro lado, nos últimos tempos, com o auxílio da computação, têm-se desenvolvido métodos de elementos finitos (vide item 3.6) que detalham as deformações localizadas no material e aplicam as equações (3.1) nestas regiões, dando uma descrição mais realística do processo de conformação plástica.

3.4 – Método dos blocos

O método dos blocos baseia-se no estudo das forças atuantes em um determinado elemento de volume (bloco). Este elemento de volume deve ser tomado de modo a melhor representar o processo de deformação plástica do material metálico. A geometria deste elemento de volume, que depende da geometria do processo de conformação mecânica, pode variar entre uma tira, um disco, um tubo ou simplesmente um bloco, conforme ilustrado na figura 3.10.

Algumas hipóteses simplificadoras e convenções são tomadas para viabilizar o estudo do elemento de volume separado, nem todas são essencialmente empregadas:

- as direções do sistema de referência adotado no estudo devem ser iguais às direções principais de deformação;
- as tensões atuantes variam predominantemente em uma direção apenas ou então podem ser facilmente correlacionáveis à variação da tensão em apenas uma direção;

Na equação (3.3) o efeito do encruamento pode ser levado em consideração na integração da equação diferencial, bastando introduzir-se a função que descreva a variação da tensão em função da deformação, $\sigma=f(\epsilon)$ conforme figura 3.9. Algumas das possíveis funções da tensão pela deformação estão mostradas pelas equações (1.24) a (1.27).

Como o método modela o estado de deformações como sendo um processo estático (em equilíbrio), este encontra maior aplicabilidade em processos de conformação plástica que possuam geometria adequada para esta aproximação: processos de deformação linear (extrusão, trefilação) ou plana (laminação, forjamento). Nestes casos, os valores calculados a partir de modelos derivados do método dos blocos constituem aproximações razoáveis da força do processo, permitindo a avaliação de uma ampla gama de problemas.

Como a hipótese básica de equilíbrio de forças não existe na prática, mesmo para os casos mais adequados à aplicação deste método, as soluções tendem a subestimar os reais valores da força necessária para a conformação. Este é uma metodologia de cálculo relativamente antiga, da década de 1920, inicialmente desenvolvida por von Kármán e Siebel para a laminação e posteriormente aplicada por Siebel na trefilação e mais tarde por Sachs e Pomp para o forjamento (Dieter, 1988 e Schaeffer, 1999).

3.4.1 – Cálculo simples da tensão de trefilação

Como exemplo de aplicação será considerado o clássico exemplo do simples cálculo do esforço de trefilação de uma barra de seção retangular, exatamente igual à mostrada na figura 3.11. Este cálculo é amplamente utilizado na bibliografia para explicar o método dos blocos (Helman e Cetlin, 1983; Dieter, 1988; Schaeffer, 1999). Considera-se o estado de deformações plano.

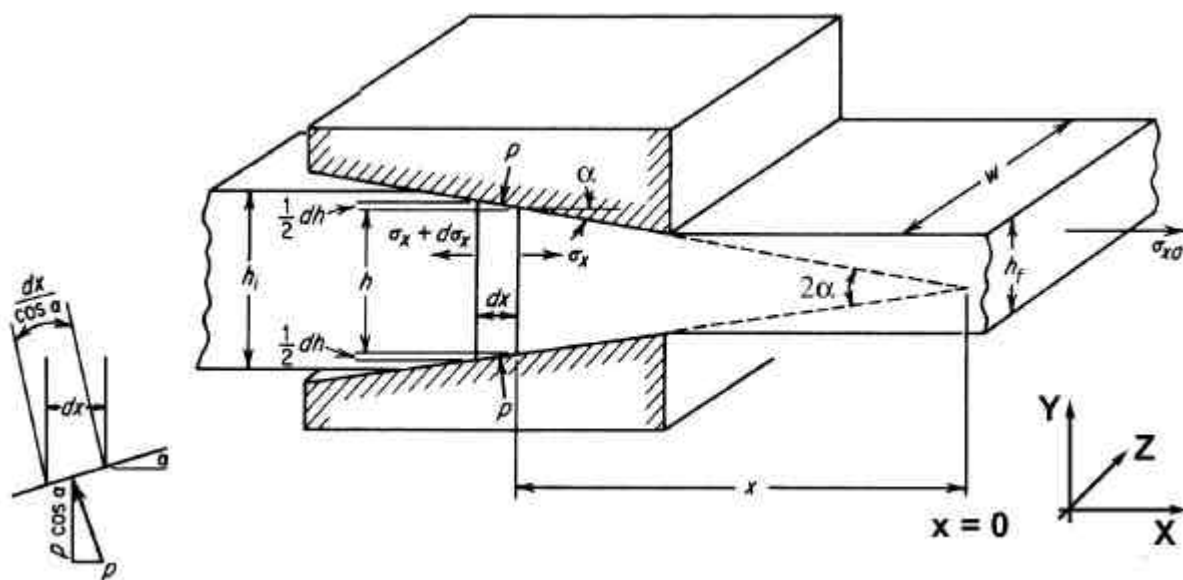


Figura 3.11 – Definição de um elemento de volume de um processo de trefilação de uma barra de seção reta retangular, Dieter (1988).

A figura 3.12 ilustra uma ampliação do elemento de volume detalhando a posição relativa das forças atuantes em relação do sistema de referência (eixo X na horizontal, eixo Y na direção vertical e eixo Z na direção da profundidade). Basicamente, sobre o elemento de volume, estão atuantes a tensão de tração do processo (σ_x), a pressão de contato metal-matriz (P) e a tensão de atrito entre o metal e a matriz ($\tau_{\text{atrito}} = \mu P$).

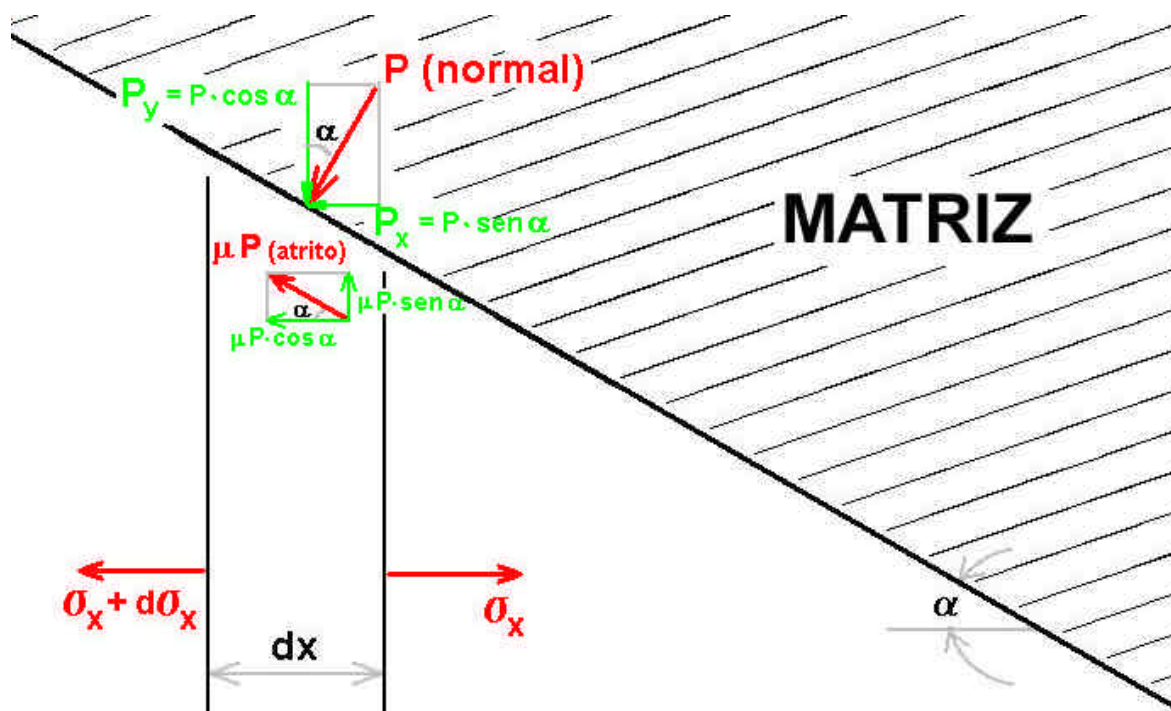


Figura 3.12 – Detalhamento das tensões e forças atuantes no elemento de volume dx mostrado na figura 3.11.

Inicialmente, desprezando-se a força de atrito, determina-se as forças atuantes no elemento de volume, para se fazer o seu balanço nas condições de equilíbrio.

• EIXO X:

- Do lado direito: $\sigma_x \cdot h \cdot w$
- Do lado esquerdo: $(\sigma_x + d\sigma_x) \cdot (h + dh) \cdot w = (\sigma_x + d\sigma_x) \cdot (h + dh) \cdot w$
- Na parte superior do elemento de volume: $P \cdot \sin \alpha \cdot (dx / \cos \alpha) \cdot w$
- Na parte inferior do elemento de volume: $P \cdot \sin \alpha \cdot (dx / \cos \alpha) \cdot w$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sigma_x \cdot h \cdot w + (\sigma_x + d\sigma_x) \cdot (h + dh) \cdot w + 2 \cdot P \cdot \sin \alpha \cdot (dx / \cos \alpha) \cdot w = 0$$

$$\sigma_x \cdot h \cdot w + \sigma_x \cdot h \cdot w + \sigma_x \cdot dh \cdot w + d\sigma_x \cdot h \cdot w + d\sigma_x \cdot dh \cdot w + 2 \cdot P \cdot dx \cdot (\sin \alpha / \cos \alpha) \cdot w = 0 \quad (\div w)$$

$$\sigma_x \cdot dh + h \cdot d\sigma_x + 2 \cdot P \cdot \tan \alpha \cdot dx = 0 \quad (3.4)$$

observando as figuras 3.11 e 3.12, pode-se verificar que existe uma relação entre h e x :

$$x = (h/2) \cdot (1/\tan \alpha) \therefore h = 2 \cdot x \cdot \tan \alpha$$

$$dx = dh / (2 \tan \alpha) \therefore dh = 2 \cdot \tan \alpha \cdot dx$$

fazendo as respectivas substituições da variável x por h :



$$\sigma_x \cdot dh + d\sigma_x \cdot h + 2 \cdot P \cdot dx \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\sigma_x \cdot dh + d\sigma_x \cdot h + 2 \cdot P \cdot dh / (2 \tan \alpha) \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\sigma_x \cdot dh + d\sigma_x \cdot h + P \cdot dh = 0 \quad (\div h \cdot dh)$$

$$(\sigma_x / h) + (d\sigma_x / dh) + (P/h) = 0, \text{ reagrupando:}$$

$$d\sigma_x / dh + (1/h)(\sigma_x + P) = 0$$

A última equação obtida é exatamente da mesma forma da equação (3.3) que é obtida na resolução deste tipo de problema. Para resolver esta equação é necessária a determinação de uma equação que relacione σ_x com P . Esta equação pode ser obtida através do equilíbrio de forças na direção y .

• EIXO Y:

- Do lado de dentro do elemento de volume: $\sigma_y \cdot w \cdot dx$
- Do lado da matriz: $P \cdot \cos \alpha \cdot (dx / \cos \alpha) \cdot w = P \cdot w \cdot dx$

$$\sum F_Y = 0$$

$$\sigma_y \cdot w \cdot dx + P \cdot w \cdot dx = 0$$

$$\sigma_y = -P$$

Como a pressão de contato (P) é considerada positiva, torna-se óbvio que a tensão vertical interna do elemento de volume σ_y é negativa, ou seja, de compressão.

Por outro lado, o estado de tensões atuantes é deformação plana, neste caso a tensão necessária ao escoamento do material é dada pela equação (1.64):

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} s_{ys} = 1,15 \cdot s_{ys}$$

Considerando o critério de escoamento de Tresca (equação 1.46):

$$t_2 = t_{\max} \geq \frac{s_1 - s_3}{2}$$

ou

$$(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \geq Y = 1,15 \cdot \sigma_{ys}$$

Considerando que $\sigma_{\max} = \sigma_x$ e $\sigma_{\min} = \sigma_y$ e $\sigma_y = -P$, então:

$$\sigma_x + P \geq Y \text{ ou}$$

$$(\sigma_x + P) = Y \text{ (na condição limite)}$$

Substituindo este resultado na equação obtida anteriormente:

$$d\sigma_x / dh + (1/h)(\sigma_x + P) = 0$$

$$d\sigma_x / dh + Y/h = 0$$

$d\sigma_x / Y = -dh/h$, agora se integra a equação em h , obtendo:



$$\sigma_x/Y = -\ln h + c^{te}$$

Considera-se, como condição de contorno, que a tensão σ_x será igual à zero na entrada da matriz (fieira, vide fig. 3.11), ou seja: $\sigma_x = 0$ quando $h = h_i$:

$$\sigma_{xi}/Y = -\ln h_i + c^{te} = 0 \quad \text{se} \quad c^{te} = \ln h_i$$

$$\sigma_x/Y = -\ln h + \ln h_i = \ln h_i/h$$

Para se calcular a tensão de trefilação deve-se considerar que $h=h_f$. Como $h_i/h_f = A_f/A_i$, então a tensão de trefilação (na saída da fieira) será dada pela equação:

$$s_{Tref.} = \frac{2}{\sqrt{3}} s_{ys} \ln \frac{A_i}{A_f} \quad (3.5)$$

Onde: σ_{ys} é o limite de escoamento obtido em ensaio de tração, A_i é a área de entrada e A_f a área de saída do material da fieira.

A equação (3.5) é exatamente igual à equação (3.1) a não ser pelo valor da tensão de escoamento considerada. Na equação (3.1) é considerada uma tensão de escoamento média durante todo o processo. Por outro lado, na equação (3.5) é considerada a correção da tensão de escoamento normal obtida em um ensaio de tração para a situação de deformação plana.

Como no caso da equação (3.1), o resultado acima (expresso pela equação 3.5) é bem menor do que o valor real, encontrado na prática. Isto ocorre porque foram desprezados alguns efeitos do processo de carregamento mecânico, dos quais o mais importante é o atrito, que tenderiam a absorver a energia disponível, elevando a tensão de trefilação ($\sigma_{Tref.}$) necessária à continuidade do processo.

3.4.2 – Cálculo do esforço de compressão com e sem atrito

O mesmo cálculo feito anteriormente pode ser refeito, considerando-se o efeito do atrito por meio da tensão de atrito μP , atuante na interface metal/matriz, conforme mostrada na figura 3.12. Esta força de atrito é introduzida nos cálculos por meio de suas resultantes em X e Y.

- eixo X: $\mu \cdot P \cdot \cos \alpha$
- eixo Y: $\mu \cdot P \cdot \sin \alpha$

Isto altera a equação obtida anteriormente (3.4), da seguinte maneira:

- Equação (3.4): $\sigma_x \cdot dh + h \cdot d\sigma_x + 2 \cdot P \cdot \tan \alpha \cdot dx = 0$
- Com inclusão do atrito: $\sigma_x \cdot dh + h \cdot d\sigma_x + 2 \cdot P \cdot \tan \alpha \cdot dx + 2 \mu \cdot P \cdot dx = 0$

Lembrando que: $dh = 2 \cdot \tan \alpha \cdot dx$ ou $dx = dh/(2 \tan \alpha)$, então a equação acima fica:

$$\sigma_x \cdot dh + h \cdot d\sigma_x + P(1 + \mu \cdot \cotan \alpha) \cdot dh = 0$$

Chamando $B = \mu \cdot \cotan \alpha$ e sabendo-se que $(\sigma_x + P) = Y$ (na condição limite), obtêm-se:



$$\frac{ds_x}{s_x B - \bar{Y}(1+B)} = \frac{dh}{h}$$

Como na equação anterior as variáveis, limite de escoamento médio e o termo ($B=\mu \cdot \cotan \alpha$), são constantes, então esta equação pode se integrada fornecendo-se, segundo Sachs:

$$s_{Tref.} = \bar{Y} \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{D_f}{D_i} \right)^{2B} \right] \quad (3.6)$$

Nesta equação, está sendo considerada que a tensão de escoamento do material sob conformação possui um valor médio, como mostrado na figura 3.9.

Existem outras equações oriundas da resolução do problema mostrado pelas figuras 3.11 e 3.12. Algumas destas soluções são citadas por Schaeffer (1999), porém com alguns erros de posicionamento de termos no livro daquele autor (Schaeffer, 1999) e que estão citadas corretamente a seguir.

- Koeber e Eichinger:

$$s_{Tref.} = \bar{Y} \left\{ \left(\frac{1+B}{B} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{D_f}{D_i} \right)^{2B} \right] \right\} + 0,77a \quad (3.7)$$

Nesta equação, foi considerado o efeito das três deformações possíveis no processo (homogênea, redundante e por atrito), conforme ilustrado pela figura 3.7.

- Pomp, Siebel e Houdremont: consideraram o efeito combinado dos trabalhos relativos aos três tipos de deformação em separado (vide figura 3.7):
 - Trabalho devido à deformação homogênea (vide equação 3.1):

$$W_{Homog.} = \bar{Y} \cdot \ln \frac{A_0}{A_f}$$

- Trabalho devido à deformação por atrito:

$$dW_{atrito} = \tau \cdot A_r \cdot db / \cos \alpha$$

que é o trabalho de atrito em cada elemento de volume dx , conforme mostrado na figura 3.12, $\tau = \mu \cdot Y$ é a tensão de atrito na superfície de contato, A_r é a área lateral de contato metal/matriz do elemento de volume e α o ângulo de inclinação da feira. Integrando-se e considerando pequenos ângulos (α), pode-se chegar à expressão:

$$W_{Atrito} = -\bar{Y} \cdot \frac{m}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} \cdot \ln \frac{A_f}{A_0}$$

$$W_{Atrito} = W_{Homog} \times \frac{m}{\alpha}$$



- Trabalho devido à deformação redundante:

$$W_{\text{Redundante}} = \frac{2}{3} \alpha \bar{Y}, \text{ utilizando critério de Tresca (ver eq. 1.46)}$$

$$W_{\text{Redundante}} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \alpha \bar{Y}, \text{ utilizando critério von Mises (ver eq. 1.57)}$$

$$s_{\text{Tref.}} = \bar{Y} \cdot e_{\text{Tang}} \left(1 + \frac{m}{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\alpha}{e_{\text{Tang}}} \right) \quad (3.8)$$

onde: ϵ_{Tang} é a deformação tangencial definida como $\epsilon_{\text{Tang}} = \ln(2\pi r_f / 2\pi r_0) = \ln(r_f / r_0)$; μ é o coeficiente de atrito e α é o semi ângulo da fiação (vide figura 3.11).

Maiores detalhes sobre as equações relativas ao processo de trefilação serão vistos no capítulo 4 desta publicação.

3.5 – Método do limite superior

O primeiro método analítico para analisar os processos de conformação mecânica que não assume a deformação homogênea foi a teoria das linhas de deslizamento ou fluxo (“slip-line field theory”, segundo Dieter, 1988), isto na década de 1940. Mas muitos processos de conformação não possuem linhas de fluxo que permitem a predição das tensões, além disso, os campos de deslizamento são válidos somente para a condição de deformação plana.

O método do limite superior foi concebido para ser aplicada de maneira mais geral. O objetivo principal deste método é a determinação de uma geometria de fluxo, expressa através de um campo de velocidades, que descreva o processo de conformação em análise. Um teorema oriundo da Mecânica do Contínuo que explica o porque do nome “método do limite superior” (Helman e Cetlin, 1983):

“Existindo um campo de velocidades cinematicamente admissível, as cargas necessárias para a implantação deste campo constituem um limite superior para a solução real.”

Como consequência direta deste teorema, nota-se que as soluções obtidas neste método possuem grande importância nos processos de conformação mecânica já que oferecem valores de cargas nas quais o material definitivamente será conformado. Ou seja, determina uma sobreestimativa das cargas necessárias à conformação, o que é muito importante para o dimensionamento dos processos e equipamentos a serem utilizados.

Dos métodos anteriores eram obtidas soluções que subestimavam as cargas necessárias na prática. Neste caso, existe uma aplicação importante destes métodos que é o projeto de estrutura civis, quando se deseja que o material não se deforme e então pode-se usar as cargas determinadas pelo método dos blocos ou da deformação homogênea como limitantes do carregamento que esta estrutura poderá suportar com segurança, sem apresentar deformações.

É possível descrever processos de conformação mecânica através de campos de velocidade, conforme requisitado pelo método do limite superior. Porém existem vários campos possíveis para os processos, conforme sugerido pela figura 3.13. Um campo adequado este deve ser cinematicamente possível, isto é, ter solução possível. Além disso, com base no teorema citado, o campo mais adequado deverá ser aquele que necessite da menor carga para sua efetivação (critério de mínima energia para a ocorrência de um processo).

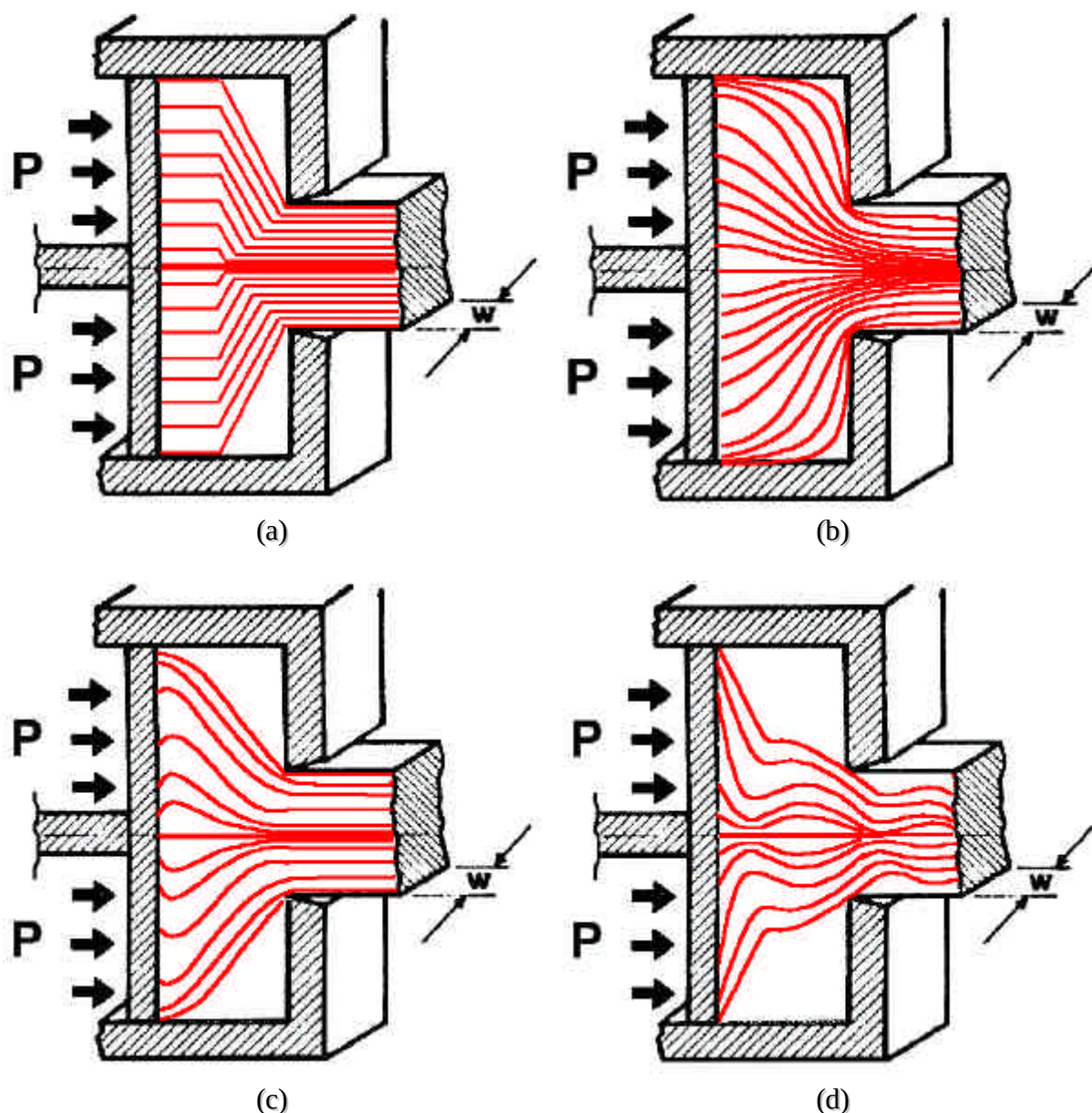


Figura 3.13 – Exemplos de campos de velocidades imagináveis para um processo de extrusão. O campo (a) é o mais simples e utilizado para o desenvolvimento dos cálculos, o campo (b) é o que se aproxima mais da realidade (vide figura 3.6.d), apesar de ser mais complicado matematicamente. Os campos (c) e (d) são campos improváveis, instáveis e de pouca representatividade para cálculo.

Obviamente, a carga real corresponderá a um campo de velocidades real que é diferente do idealizado devido às complexidades que podem estar presentes (falhas de lubrificação, desgaste de ferramental, dimensões imprecisas, assimetria das ferramentas, desalinhamento da aplicação da força, etc.). Como não é possível conhecer o campo de velocidades real, para efeito de cálculo, será adotado um campo idealizado e simplificado.

Devido aos tipos de cálculos feitos, os materiais, modelados por este método, não podem variar o seu limite de escoamento durante o processo, ou seja, não podem ser encruáveis. Como a maioria dos metais são encruáveis nas condições normais de conformação, será admitido, como aproximação, que estes apresentem um limite de escoamento constante (médio), conforme calculado pela equação da figura 3.9.

A determinação, da força ou tensão, necessária para a conformação do material será feita considerando-se que:

- em cada i -ésima região de descontinuidade de velocidade, o material sofre uma variação brusca na sua velocidade que consome energia por meio de uma deformação por cisalhamento ($E_i = \tau \cdot S_i \cdot w_i$) e que absorve uma potência de acordo com a mudança de velocidade (v_i) produzida ($P_i = E_i \cdot v_i = \tau \cdot S_i \cdot w_i \cdot v_i$);
- nas regiões intermediárias, o material não se deforma, comportando-se como um sólido rígido.

A determinação da energia gasta em cada mudança de velocidade (regiões de descontinuidade do campo) e a sua transformação na potência consumida (simplesmente multiplicando-se pela velocidade) deverá fornecer, no somatório, a potência total consumida no processo. Esta energia total pode ser igualada à potência externa utilizada na conformação caso não existam outras fontes de dissipação de energia (atrito, perdas térmicas, etc.).

Em geral a potência dissipada de outras formas é suficientemente pequena para permitir uma boa estimativa da tensão de conformação pela comparação direta da potência externa e potência interna calculada por este método. O exemplo do item 3.5.1 deverá ilustrar melhor o que foi explicado.

3.5.1 – Cálculo simples da tensão de extrusão

Como exemplo de aplicação será considerado o processo de extrusão (vide figura 3.5) de uma barra metálica, com um campo de velocidades tal como representado pela figura 3.13.a. Para se determinar a tensão de extrusão, inicialmente deve-se descrever os eventos que ocorrem sobre uma linha de fluxo Γ do material no processo, conforme ilustrado na figura 3.14. Esta descrição será feita considerando-se 5 etapas ou condições de velocidade e direção sobre esta linha de fluxo Γ , da maneira ilustrada pelas figuras a seguir. Neste cálculo levou-se em consideração a simetria do processo.

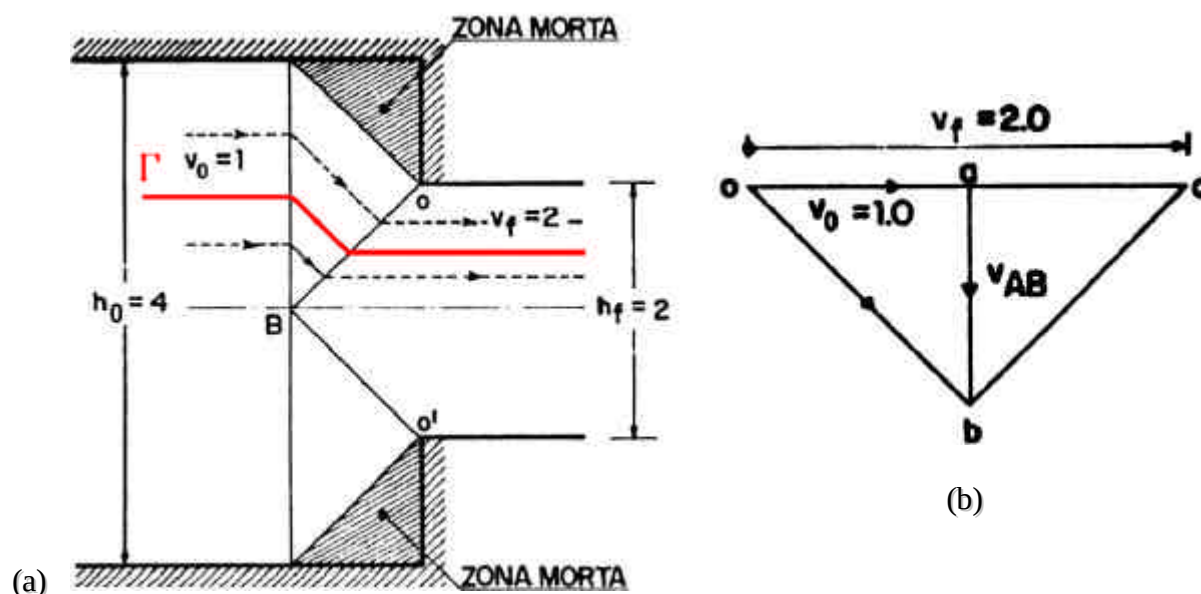
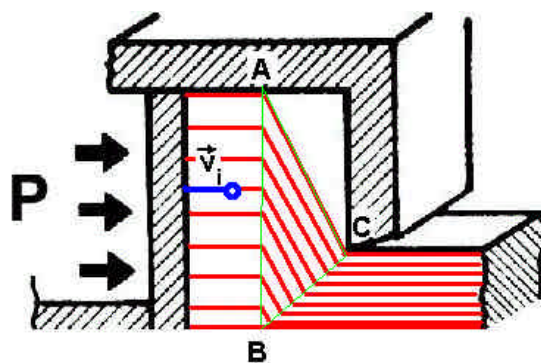


Figura 3.14 – (a) Representação de um campo de velocidades simplificado para o estudo do processo de extrusão. (b) Respectiva hodógrafa do campo de velocidades, adaptado de Helman e Cetlin (1983).



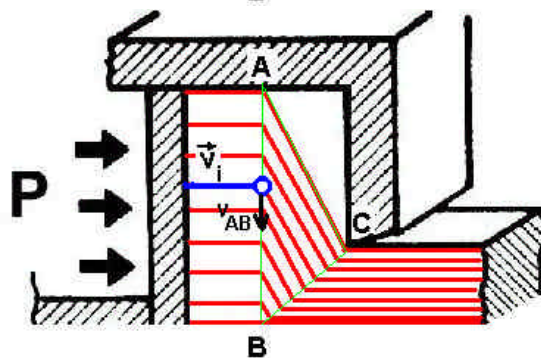
1ª etapa

Nesta etapa o material está se aproximando da região definida pelo triângulo ABC por meio de uma velocidade V_0 , que será considerada de valor unitário ($V_0=1$) como referência para os cálculos e determinação da hodógrafa.



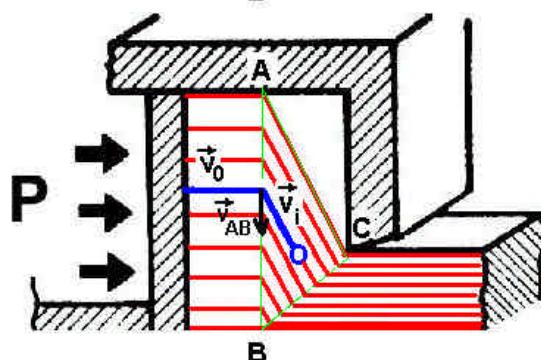
2ª etapa

Agora o material alcança a linha AB quando ocorre uma mudança de velocidade V_{AB} que altera a trajetória do material de modo a começar o processo de conformação dentro da matriz.



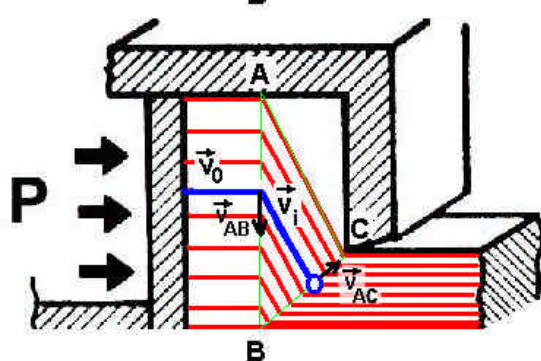
3ª etapa

A linha de fluxo segue por uma trajetória paralela à linha AC, agora com uma nova velocidade V_i . Na região definida pela linha AC ocorre uma outra descontinuidade de velocidade já que a partir desta região a velocidade é nula.



4ª etapa

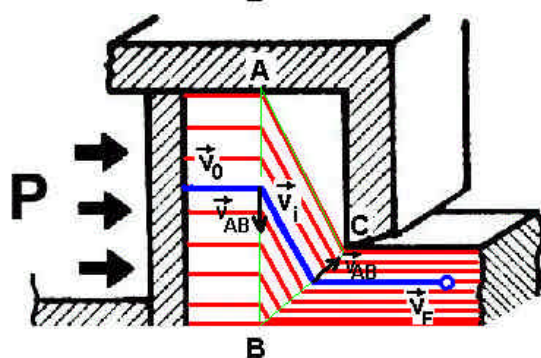
Uma nova região de descontinuidade de velocidade é atingida quando a linha de fluxo atinge a linha BC. Neste caso, ocorre uma mudança de trajetória da velocidade de acordo com o vetor V_{AC} .



5ª etapa

Após a linha BC, a linha de fluxo segue paralela ao eixo de extrusão segundo uma velocidade V_F . Segundo a hodógrafa correspondente ao processo, a velocidade final correlaciona-se com a velocidade inicial conforme:

$$(V_i / V_F) = (h_f / h_i)$$



Na figura 3.14.b está ilustrado a representação do campo de velocidades pela sua respectiva hodógrafa, que é um diagrama vetorial que auxilia a determinação de resultantes ou de outros componentes de velocidade presentes. A análise do método baseia-se na potência consumida na manutenção deste campo de velocidades, de acordo com a tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Sumário dos cálculos para o processo de extrusão da figura 3.14.

Etapas	Descrição	Energia absorvida	Potência absorvida
1ª etapa	Velocidade constante e comportamento de sólido rígido: não há absorção de energia.	0	0
2ª etapa	Alteração da velocidade do material por meio de V_{AB} com respectivo consumo de energia cisalhante (redundante).	$E_2 = \tau \cdot S_{AB} \cdot w$	$P_2 = \tau \cdot S_{AB} \cdot w \cdot v_{AB}$
3ª etapa	Velocidade constante e comportamento de sólido rígido: há uma descontinuidade de velocidade (V_{AC}) ao longo da linha AC.	$E_3 = \tau \cdot S_{AC} \cdot w$	$P_3 = \tau \cdot S_{AC} \cdot w \cdot v_{AC}$
4ª etapa	Alteração da velocidade do material por meio de V_{BC} com respectivo consumo de energia cisalhante (redundante).	$E_4 = \tau \cdot S_{BC} \cdot w$	$P_4 = \tau \cdot S_{BC} \cdot w \cdot v_{BC}$
5ª etapa	Velocidade constante e comportamento de sólido rígido: não há absorção de energia.	0	0
Total:		$\Sigma E_i = E_2 + E_3 + E_4$	$\Sigma P_i = P_2 + P_3 + P_4$

Como a velocidade inicial é considerada igual a unidade ($v_i=1$), então, têm-se os seguintes valores relativos para as demais velocidades mostradas na hodógrafa (figura 3.14.b) e listadas nos cálculos (tabela 3.4):

- $V_{AB} = 1$;
- $V_{AC} = \sqrt{2}$;
- $V_{BC} = \sqrt{2}$;

Considerando as dimensões do processo de extrusão mostradas na figura 3.14.a, têm-se geometricamente:

- $AB = 2$;
- $AC = \sqrt{2}$;
- $BC = \sqrt{2}$;

Substituindo estes valores no resultado do somatório da potência do processo (ΣP_i), obtido na tabela 3.4, determina-se:

$$\Sigma P_i = \tau \cdot w \cdot (S_{AB} \cdot v_{AB} + S_{AC} \cdot v_{AC} + S_{BC} \cdot v_{BC}) = \tau \cdot w \cdot (1 \cdot 2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2})$$

$$\Sigma P_i = 6 \cdot \tau \cdot w \quad (3.9)$$

Observando a figura 3.13 e 3.14, sabe-se que a força externa do pistão destinada à extrusão na metade do molde (conforme estudado e ilustrado pela figura 3.14) pode ser calculada como sendo:

$$F_{\text{ext}} = P \cdot w \cdot (h_0/2)$$

Sabe-se, pela figura 3.14 que $h_0=4$. Esta força externa é aplicada com uma velocidade V_0 que foi considerada unitária ($V_0 = 1$), assim sendo, a potência da força externa pode ser definida como sendo:

$$\Sigma P_{\text{ext}} = 2 \cdot P \cdot w \quad (3.9)$$

Igualando as duas equações e separando-se o valor de P , determina-se:

$$\Sigma P_i = \Sigma P_{\text{ext}}$$

$$6 \cdot \tau \cdot w = 2 \cdot P \cdot w$$

$$P = \sigma_{\text{Extrusão}} = 3 \cdot \tau_{ys} \quad (3.10)$$

O método poder-se-á tornar mais preciso à medida que campos de velocidade mais realísticos forem considerados nos cálculos. A figura 3.15 ilustra um exemplo de um campo de velocidades admissível e a sua respectiva hodógrafa para um problema de trefilação, segundo Kobayashi e Thomsen (1964) citado por Dieter (1988).

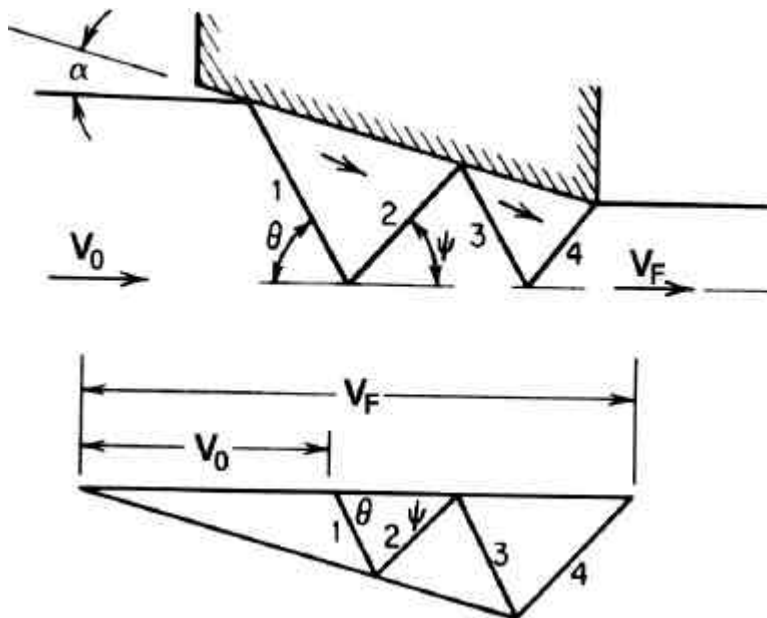


Figura 3.15 – Um possível campo de mudança de velocidades e sua respectiva hodógrafa, utilizado no cálculo do esforço de trefilação de um metal, adaptado de Dieter (1988).

Neste caso, após os cálculos, obteve-se a equação (3.11) mostrada abaixo:

$$s_{\text{tref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} s_{ys} \frac{n \sin a}{2} \left[\frac{1}{\sin q \sin(q-a)} + \frac{1}{\sin(y+a) \sin y} \right] \quad (3.11)$$



A figura 3.16 ilustra um exemplo do método dos campos de velocidade (“slip-line field theory”). Nesta figura está mostrado o campo de velocidades utilizado por Hill e Tupper para a descrição de um processo de trefilação utilizando uma matriz sem atrito. Neste caso ao invés de uma soma, integra-se os valores de energia (potência) obtidos chegando-se à equação (3.12), conforme Dieter (1988).

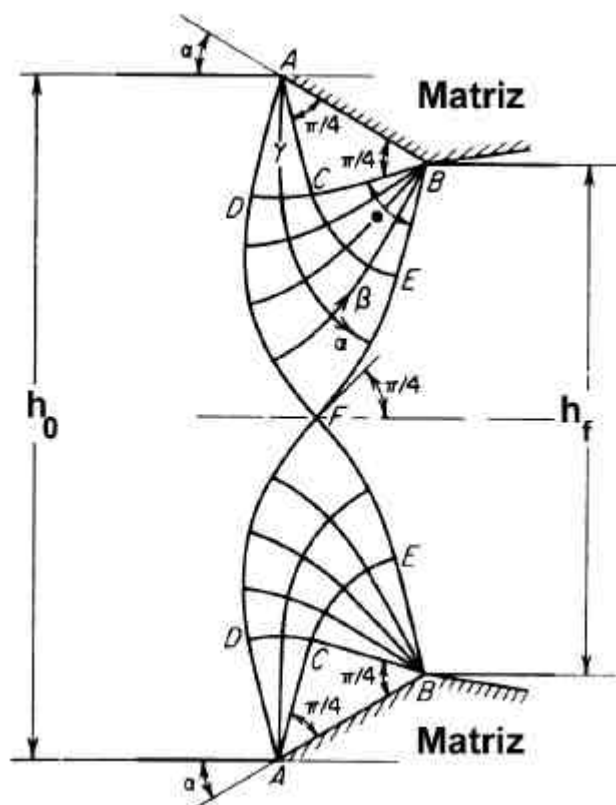


Figura 3.16 – Um possível campo de velocidades utilizado no cálculo do esforço de trefilação de um metal, adaptado de Dieter (1988).

$$s_{Tref} = \frac{2}{\sqrt{3}} s_{ys} \left[\frac{2(1 + a) \sin a}{1 + 2 \sin a} \right] \quad (3.12)$$

Deve-se notar a relativa semelhança da equação (3.12) com as equações (3.11) e (3.10). No caso da trefilação (equação 3.12 e 3.11), a matriz apresenta um pequeno ângulo (2α), conforme pode ser visto na figura 3.11 ou 3.12, enquanto que no processo de extrusão este ângulo não existe e é criado indiretamente pela presença da “zona morta”, conforme vista na figura 3.14.

A figura 3.17b mostra um gráfico comparando as diferenças relativas aos métodos de cálculo analíticos. Deve-se notar, com referência à figura 3.7 que à medida que o ângulo de trefilação aumenta até um dado valor, a quantidade de energia gasta por atrito diminui, reduzindo a diferença entre os valores de tensão de trefilação obtidos pelo método da deformação homogênea (que não leva em consideração o efeito do atrito) e os demais métodos.

Para valores maiores do semi-ângulo da fiação, a diferença tende a ser bem maior devido ao desvio ocasionado pela presença da deformação redundante, que cresce (vide figura 3.7) à medida que aumenta o valor do semi-ângulo da fiação.

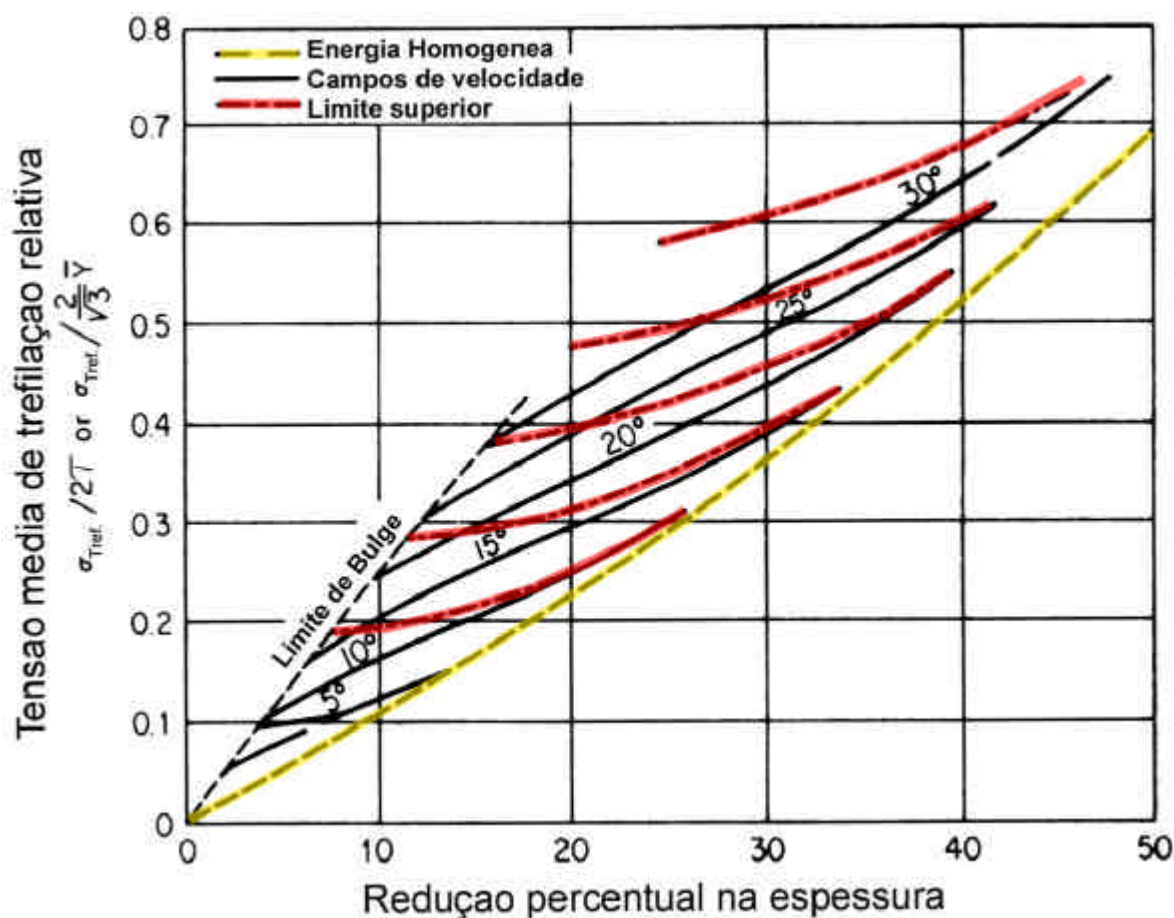


Figura 3.17 – Comparação entre as forças de trefilação calculadas por três métodos analíticos diferentes, adaptado de Dieter (1988).

3.6 – Elementos finitos

O método dos elementos finitos teve grande difusão e crescimento na análise de problemas complexos relativos a campos de tensões e deformações elásticas. Com a evolução dos computadores e programas de cálculo, este método tem crescido em utilização para o estudo dos processos de conformação mecânica. O início da aplicação desta técnica baseava-se na resolução de problemas onde as soluções eram elasto-plásticas. Segundo Dieter (1988), a resolução destes problemas necessitava de incrementos mínimos entre os passos de cálculo, sendo que em cada passo tornava-se necessária a resolução elástica da rede de representação do sistema. Portanto um grande tempo de processamento computacional era necessário.

A viabilização do uso dos elementos finitos e da computação para simular as condições de conformação mecânica foi feita através do trabalho de Kobayashi (1978) através do método da matriz que este introduziu. Neste método são negligenciadas as deformações elásticas, comparadas com as grandes deformações plásticas presentes, sendo que a dependência entre tensão e deformação no regime plástico foi simplificada. Com estas considerações o tempo de processamento foi drasticamente reduzido, viabilizando a sua utilização naquela época.

A figura 3.18 ilustra os resultados obtidos diretamente do processamento matemático da compressão de um disco. Normalmente a simulação aproveita de condições de simetria para simplificar o problema analisado. Neste caso, considerou-se apenas $\frac{1}{4}$ do disco sob análise.