

Princípio da Superposição

Sabe-se que dentro do regime elástico a tensão e a deformação são linearmente dependentes. Isto é, a deformação e a tensão são proporcionais.

Sabe-se, ainda, que as tensões, no plano da seção, e os esforços internos que atuam neste plano, também, são linearmente dependentes.

Assim, é possível dizer que as deformações e os deslocamentos são linearmente dependentes dos esforços que atuam nas estruturas.

Com este raciocínio se pode dizer que: **“o deslocamento do centro de gravidade de uma seção transversal qualquer de uma barra, pertencente a uma estrutura solicitada por n esforços, é igual à soma dos n deslocamentos desta seção, decorrentes de cada um dos esforços”.**

Por exemplo, seja a barra da figura 1. esta barra está solicitada por uma carga distribuída q e por uma força concentrada P .

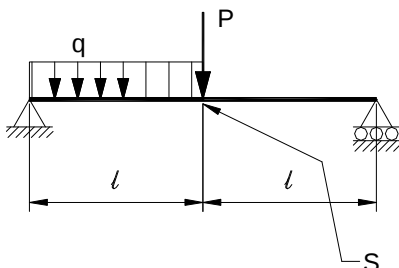


figura 1 – Barra solicitada por uma carga distribuída e por uma força concentrada

Univesidade Santa Cecília
Engenharia Mecânica
Resistência dos Materiais I

De acordo com o princípio da superposição, a situação de carga apresentada na figura 1 pode ser encarada como a superposição entre outras duas situações:

- Uma apenas com a carga distribuída
- Uma apenas com a força concentrada.

Estas duas situações podem ser observadas na figura 2.

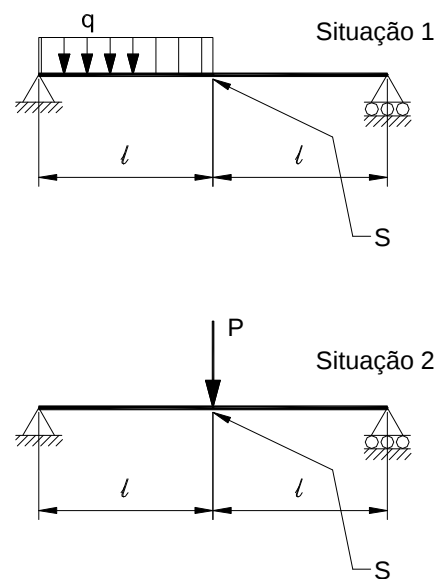


figura 2 – Duas situações para uma barra solicitada por uma carga distribuída e por uma força concentrada

Os deslocamentos que irão ocorrer na seção S indicada na barra, são φ_s e v_s que, usando o princípio da superposição, podem ser determinados pela soma algébrica entre os deslocamentos que irão ocorrer na situação 1 e na situação 2. isto é:

$$\varphi_s = \varphi_{s1} + \varphi_{s2} \quad (1)$$

$$v_s = v_{s1} + v_{s2} \quad (2)$$

Observações

1. Deve-se sempre observar que, a superposição entre as situações de carga deve levar à situação original.
2. Não existe regra para a “separação” em situações; entretanto, a colocação de cargas distribuídas e cargas concentradas em situações diferentes pode facilitar a execução.
3. Mesmo uma única carga pode ser “separada”, de maneira a se obter situações diferentes. Este fato pode ser observado na figura 3.

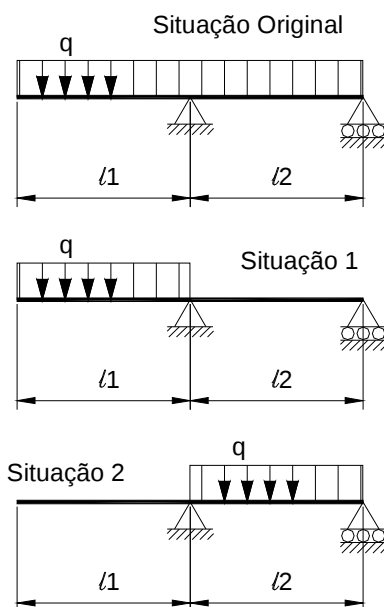


figura 3 – duas situações para uma barra solicitada por uma carga distribuída.

Estruturas Hiperestáticas

Uma estrutura é chamada de hiperestática quando o número de reações que seus apoios oferecem for maior que o necessário para mantê-la em equilíbrio.

A figura 4 mostra uma estrutura hiperestática.

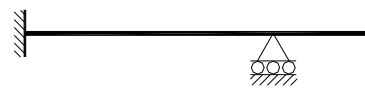


figura 4 – Estrutura hiperestática

Note-se que para que o equilíbrio da estrutura possa ocorrer (independentemente dos esforços aplicados), são necessárias três reações: uma para o equilíbrio de forças na horizontal, uma para o equilíbrio de forças na vertical e outra para o equilíbrio dos momentos.

Note-se, ainda, que na estrutura da figura 4 existem quatro reações de apoio; três delas ocorrem no engastamento e uma no apoio móvel.

Desta forma existem mais reações que o necessário para o equilíbrio da estrutura. Esta estrutura é hiperestática.

Diz-se que uma estrutura é tantas vezes hiperestáticas quantas forem as reações além das necessárias para o equilíbrio.

Na figura 4 a estrutura é uma vez hiperestática pois são necessárias três reações para que ocorra o equilíbrio e nela os apoios oferecem quatro reações.

A estrutura da figura 5 é três vezes hiperestática pois são oferecidas seis reações e são necessárias apenas três para o equilíbrio.



figura 5 – Estrutura três vezes hiperestática

Método dos esforços para solução de estruturas hiperestáticas.

Este método se baseia no fato que: uma reação de apoio ocorre quando existe uma restrição ao movimento na direção da reação.

Tome-se, por exemplo, um apoio móvel que oferece uma única reação na direção em que ele oferece restrição ao movimento (perpendicular à linha de solo).

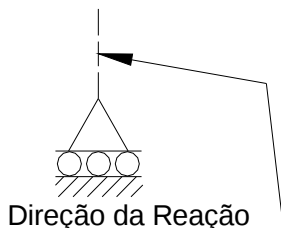


figura 6 – Apoio móvel e a direção de sua reação

Note-se que para um apoio oferecer uma reação é necessário que o deslocamento da seção da estrutura que está sobre ele, na direção da reação seja igual a zero.

Para utilizar este método, deve-se “transformar” a estrutura em

uma isostática substituindo as causas de hiperestaticidade por suas reações e pelas condições de restrição de deslocamento, razões da existência destas reações.

As equações obtidas destas condições de deslocamento são conhecidas como Equações de Compatibilidade dos Deslocamentos.

Exemplos:

1. A barra da figura 7 é uma vez hiperestática.



figura 7 – Estrutura uma vez hiperestática

Pode-se imaginar que a reação excedente ao equilíbrio é aquela oferecida pelo apoio B. Este apoio pode ser substituído por sua reação e pela razão da existência desta reação (o deslocamento na direção da reação é igual a zero). Isto é:

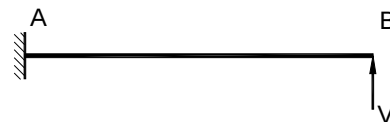


figura 8 – barra isostática com a reação em B

$$v_B = 0$$

(equação de compatibilidade dos deslocamentos)

2. A barra da figura 9 é três vezes hiperestática.

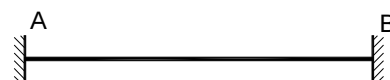


figura 9 – Barra três vezes hiperestática.

Pode-se imaginar que um dos engastamentos seja a causa de hiperestaticidade. Assim, é possível fazer:



figura 10 – Barra isostática com as reações em A

$$\begin{aligned} v_A &= 0 \\ \phi_A &= 0 \\ \Delta \ell_{A-B} &= 0 \end{aligned}$$

(equações de compatibilidade dos deslocamentos)

3. A barra da figura 11 é uma vez hiperestática.

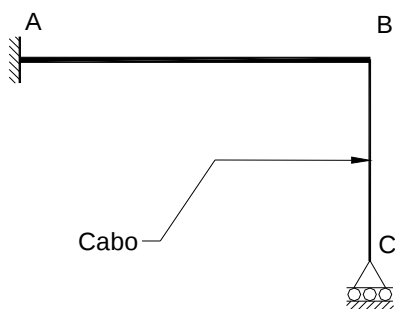


figura 11 – Estrutura uma vez hiperestática

Pode-se imaginar que a reação excedente ao equilíbrio é aquela oferecida pelo cabo AB. Este cabo pode ser substituído pela força que ele exerce na barra e pela equação de compatibilidade do deslocamento (o deslocamento do ponto B na direção do cabo é igual à variação de comprimento deste cabo). Isto é:



figura 12 – barra isostática com a força que o cabo exerce am B

$$v_B = \Delta \ell_{A-B}$$

(equação de compatibilidade dos deslocamentos)